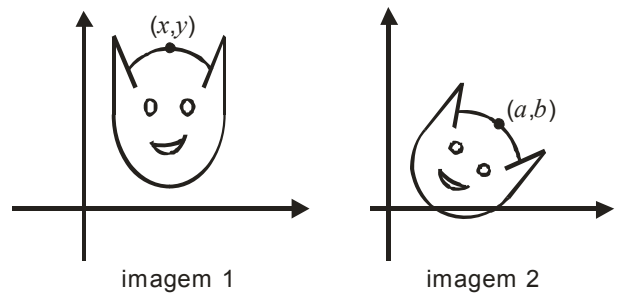


**MATEMÁTICA – QUESTÕES DE 01 A 05**

01. Em computação gráfica, quando um programa altera a forma de uma imagem, está transformando cada ponto de coordenadas  $(x,y)$ , que forma a imagem, em um novo ponto de coordenadas  $(a,b)$ . A figura ao lado ilustra a transformação da imagem 1 na imagem 2.

Um dos procedimentos que consiste em transformar o ponto  $(x,y)$  no ponto  $(a,b)$  é realizado, através de operações com matrizes, de acordo com as seguintes etapas:



Etapa 1: Fixe duas matrizes invertíveis  $M$  e  $E$ , de ordem 2, e considere  $M^{-1}$  a matriz inversa de  $M$ .

Etapa 2: Tome  $P$  e  $Q$  as matrizes cujas entradas são as coordenadas dos pontos  $(x,y)$  e  $(a,b)$ , respectivamente, isto é,  $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  e  $Q = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ .

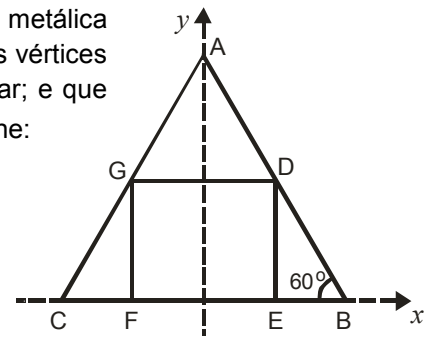
Etapa 3: Obtenha  $Q$  a partir de  $P$  por meio da expressão  $Q = E M^{-1} P$ .

Considerando estas etapas e as matrizes  $M = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$  e  $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ , determine:

a) a inversa de  $M$ .

b) o ponto  $(a,b)$  que é obtido do ponto  $(2,3)$  por meio da expressão  $Q = E M^{-1} P$ .

02. Uma fábrica deseja produzir uma chapa retangular a partir de uma chapa metálica que tem a forma de um triângulo isósceles. Suponha que A, B e C são os vértices da chapa triangular; que D, E, F e G são os vértices da chapa retangular; e que  $AB = AC = 4\text{ m}$  e  $\hat{A}BC = 60^\circ$ , conforme ilustra a figura ao lado. Determine:

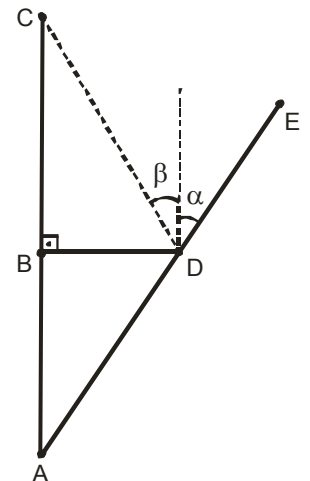


a) o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A e B.

b) a área  $S$  da chapa retangular em função de  $x_0$ , onde  $x_0$  é a abscissa do ponto D.

c) as dimensões, em metros, da chapa retangular para que sua área seja máxima.

03. Durante uma tempestade, um pequeno avião saiu da cidade A com destino à cidade C, distante 945 km. Quando o avião estava no ponto D, distante 700 km do ponto de partida, o piloto detectou que o avião se desviara do seu curso seguindo a trajetória  $\overline{AE}$ , conforme ilustra a figura ao lado. Sendo  $\alpha = 30^\circ$  o ângulo para um curso paralelo a  $\overline{AC}$  e  $\beta$  o ângulo tal que  $\alpha + \beta$  é o ângulo de correção para que o avião chegue à cidade C, calcule: (Considere  $\sqrt{3} = 1,7$ )



a) a distância entre B e D.

b) o ângulo de correção.

04. A fim de medir a magnitude de um terremoto, os sismólogos Charles Francis Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter em 1935. Nesta escala, o maior terremoto já registrado foi o Grande Terremoto do Chile, em 1960, atingindo a magnitude de 9,5, seguido do ocorrido na Indonésia, em 2004, que atingiu a magnitude de 9,3. Na escala Richter, a magnitude  $M$  é dada por

$$M = \log A - \log A_0$$

onde  $\log$  denota logaritmo decimal,  $A$  é a amplitude máxima medida pelo sismógrafo e  $A_0$  é uma amplitude de referência padrão. Sabe-se também que a energia  $E$ , em ergs ( $1 \text{ erg} = 10^{-7}$  Joules), liberada em um terremoto está relacionada à sua magnitude  $M$  por meio da expressão

$$\log E = 11,8 + 1,5M .$$

A partir das informações acima, faça o que se pede:

a) Sabendo que no litoral do Brasil, em 1955, foi registrado um terremoto de magnitude 6,3 na escala Richter, determine a razão entre as energias liberadas nos terremotos ocorridos na Indonésia e no Brasil.

b) Considerando  $A_1$  a amplitude máxima de um terremoto e  $E_1$  sua energia, e  $A_2$  a amplitude máxima de outro terremoto e  $E_2$  sua energia, determine  $k$  tal que

$$\frac{A_2}{A_1} = \left( \frac{E_2}{E_1} \right)^k .$$

05. Durante um tratamento médico verificou-se que a concentração  $C$ , em miligramas por litro, de um certo medicamento na corrente sanguínea satisfaz a desigualdade

$$(3 - C) \cdot |C| - 2|C - 3| \geq 0$$

a) Verifique se a concentração do medicamento na corrente sanguínea pode ser igual a 0,5 miligramas por litro. Justifique, mostrando seus cálculos.

b) Determine o menor valor da concentração deste medicamento na corrente sanguínea. Justifique, mostrando seus cálculos.